

文章编号: 1000-8055(2004)05-0581-06

裂纹转子非线性振动特征的 谐波小波与分形识别

李舜酩, 高德平

(南京航空航天大学 能源与动力学院, 江苏 南京 210016)

摘要: 通过对谐波小波的分析研究, 指出了谐波小波对振动信号局部频段分析的优良特性。采用谐波小波对裂纹转子的非线性振动信号在低频段进行了分析。理论分析与实验结果表明: 对实际裂纹转子信号, 经谐波小波的频段分析后, 能够得到通常难以由理论分析与实验结果获得的非整数倍周期分叉的非线性特征频谱。计算了裂纹转子的分形维数, 发现裂纹转子的振动信号比理论结果要复杂, 可以用多重分形作为判断实际转子是否有裂纹的一个特征。提出了用谐波小波变换后的奇异谱来识别裂纹转子非整数倍周期分叉的非线性特征频谱的方法, 并对实际转子信号进行分析, 得到了明显的非整数倍周期分叉的奇异谱。

关键词: 航空、航天推进系统; 裂纹转子; 非线性; 谐波小波; 分形; 奇异谱

中图分类号: V 231.96

文献标识码: A

Identification of Non-Linear Vibration Characteristics of Cracked Rotor Using Harmonic Wavelet Analysis and Fractal Theory

LI Shunming, GAO Deping

(College of Energy and Power Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China)

Abstract: The investigation of harmonic wavelet analysis revealed good characteristics in vibration signal analysis on partial frequency domain. Harmonic wavelet analysis was applied to the non-linear vibration signal analysis in the low frequency segment of a cracked rotor. The results of theoretical calculation and experiment show that for a cracked rotor, it is possible to obtain the non-linear character spectrum of non-integral multiple period bifurcations with the help of harmonic wavelet analysis on partial frequency domain. Comparison was made between the calculated and experimental results. It was found that the actual vibration signal of a cracked rotor is more complex than that of calculated. The multi-fractal can be used as an index of whether crack exists in a rotor. The singularity spectrum method obtained from Harmonic wavelet transformation can be regarded as a new identification method and it is put forward for non-linear character spectrum of non-integral multiple period bifurcation identification. Using this new method, the vibration signal of an actual cracked rotor was analyzed. The result is satisfactory.

收稿日期: 2003-12-30; **修订日期:** 2004-03-15

基金项目: 航空科学基金资助项目(04J52066); 山东省自然科学基金资助项目(Y2000A 01)

作者简介: 李舜酩(1962-), 男, 山东青州人, 南京航空航天大学能源与动力学院教授, 博士生导师, 主要从事结构振动分析与信号处理、转子动力学诊断研究

Key words: aerospace propulsion system; crack rotor; non-linear; hamonic wavelet; fractal; singularity spectrum

转子的非线性动力学特性分析一直是航空动力机械等领域研究的热点之一。人们在这方面作了大量研究,取得了一些有价值的成果^[1,2]。工业技术的发展,对动力需求明显提高,导致转子转速的大幅度提高。运行过程中的高速转子出现裂纹故障,将导致严重的事故。特别是小裂纹状态和转子不发生剧烈振动时,裂纹故障十分隐蔽,难以直观发现。近年来,对裂纹转子在理论、实验以及工程应用的研究就突出其重要性。因此,这方面的研究越来越受到重视^[3]。裂纹导致了转子非线性振动特征的强不稳定性。这给裂纹的诊断带来困难^[4]。有关的研究采用基于二进的小波基函数对裂纹转子的振动特征进行分析,取得了明显的效果^[5,6]。但是由于二进小波的分解过程中,采用隔点采样,势必造成振动信息的丢失,同时,二进小波对低频振动的细节也难以分析^[7]。本文在前人研究的基础上,采用不进行隔点采样的谐波小波对裂纹转子的非线性振动信号进行分析。研究并拓展谐波小波的分析方法,以及分形理论,从而识别出裂纹转子在低频段典型的非线性特征。

1 谐波小波的工程解释

1.1 原理

New land 给出了谐波小波函数的复数定义式^[8]:

$$\psi(x) = \frac{\exp(i4\pi x) - \exp(i2\pi x)}{i2\pi x} \quad (1)$$

与二进小波变换比较,在数字计算中,令 $m = 2^j$, $n = 2^{j+1}$, 就得到小波变换在不同分解层上的频段分解结果:

$$\psi_{m,n}(x) = \frac{\exp(in2\pi x) - \exp(im2\pi x)}{i2\pi(n-m)x} \quad (2)$$

式(2)即是谐波小波在时域上的一般表达式。由式(2)可看出,谐波小波在分解过程中不产生移相,具有相位锁定功能。谐波小波的频谱特性 $\hat{\psi}(\omega)$ 具有极好的盒形特征,如图 1 所示。因而它在振动信号分析中具有更好的局部分辨能力。

时间离散信号 $f^d(r)$ ($r = 0, 1, 2, \dots, N-1$) 的谐波小波变换可写为:

$$W_f(m, n, k) = \frac{n-m}{N} \sum_{r=0}^{N-1} f^d(r) \hat{\psi}_{m,n}\left(r - \frac{k}{n-m}\right) \quad (3)$$

其频域表达式为:

$$\hat{W}(m, n, \omega) = \hat{f}(\omega) \hat{\psi}_{m,n}[(n-m)\omega] \quad (4)$$

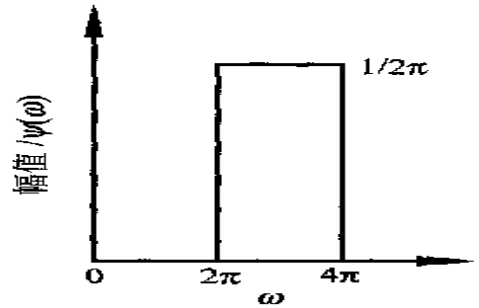


图 1 复函数 $\hat{\psi}(\omega)$ 的频谱特性

Fig 1 The spectrum character of complex function $\hat{\psi}(\omega)$

其中:

$$\psi_{m,n}\left(x - \frac{k}{n-m}\right) = \frac{e^{in2\pi[x - k/(n-m)]} - e^{im2\pi[x - k/(n-m)]}}{i2\pi(n-m)[x - k/(n-m)]} \quad (5)$$

式中: $k/(n-m)$ 为信号的分析中心; $(n-m)2\pi$ 为信号的分析带宽。

在此基础上,令:

$$B = 2^{-j}f_h \quad (6)$$

其中, f_h 为最高分析频率。

且:

$$\left. \begin{aligned} m &= sB \\ n &= (s+1)B \end{aligned} \right\} s \in \mathbb{Z}^+ \quad (7)$$

则在任意分解层上均能在整个分析频域内得到一个频段的分析结果。

1.2 数字应用示例

设有一个线性的多频数字信号:

$$f(x) = \begin{cases} 5\cos(2\pi f_1 x/f_s) + 2\cos(2\pi f_2 x/f_s) + 2\cos(2\pi f_3 x/f_s) \\ 351 \leq x \leq 390 \\ 5\cos(2\pi f_1 x/f_s) + 2\cos(2\pi f_2 x/f_s) \\ \text{其它} \end{cases} \quad (8)$$

取采样频率 $f_s = 500$ Hz, 分析频率 $f_h = f_s/2 = 250$ Hz, 且 $f_1 = 20$ Hz, $f_2 = 40$ Hz, $f_3 = 180$ Hz。其频谱如图 2(a) 所示。从图中可以看出, 其中频率为 180 Hz 的谱峰很小, 在频谱图中难以分辨。在式(6)中取 $j = 4$, 则 $B = 16$ Hz。在式(7)中取 $s =$

11, 得到频段 176 Hz~ 192 Hz 谐波小波分析结果, 如图 2(b) 所示。

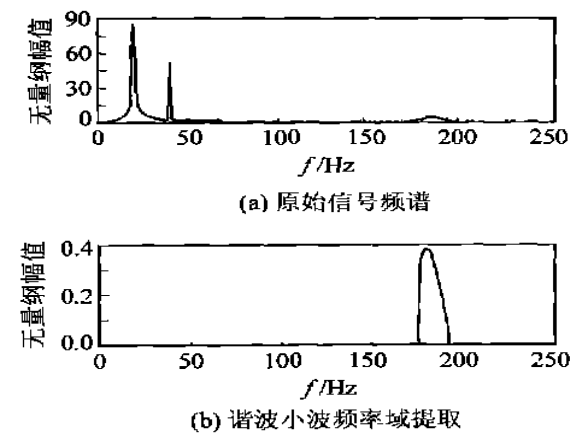


图 2 微弱瞬态信号的谐波小波频域提取

Fig 2 The pick-up of Weak and unabiding signal in frequency domain by hamonic wavelet

可看出, 这个多频数字信号中的微弱瞬态信号在频域被很好地提取出来。这表现了谐波小波对微弱瞬态信号强大的识别能力, 也表现了谐波小波对信号的局部频域提取能力。

2 裂纹转子非线性振动特征的谐波小波分析

2.1 理论模型计算

在转子振动不十分剧烈的情况下, 可认为转子在裂纹处发生完全线弹性变形。在理论分析中, 对图 3 所示的裂纹转子, 无量纲化后的弯曲振动方程可写为^[9]:

$$\begin{aligned} &\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{Bmatrix} + \frac{2D}{U} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{Bmatrix} - \frac{\Delta K \cdot f(\theta)}{2U^2} \cdot \\ &\begin{bmatrix} 1 + \cos 2\Phi & \sin 2\Phi \\ \sin 2\Phi & 1 - \cos 2\Phi \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \\ &\begin{Bmatrix} 1/U^{2t} \\ 0 \end{Bmatrix} + \bar{e} \begin{bmatrix} \cos \alpha t \\ \sin \alpha t \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (9)$$

式中, $f(\theta)$ 为转子裂纹开合函数, 其 Fourier 级数表达式为:

$$\begin{aligned} f(\theta) = &\frac{1}{2} + \frac{2}{\pi} \cos \theta - \frac{2}{3\pi} \cos 3\theta + \\ &\frac{2}{5\pi} \cos 5\theta - \frac{2}{7\pi} \cos 7\theta + \cdots \end{aligned} \quad (10)$$

其中: $\theta = \Omega t + \beta - \varphi(t)$, 且 $\varphi(t) = \arctg(y/x)$, 在重力占优的情况下(即 $x \gg y$), $\theta = \Omega t + \beta$

ΔK 为沿 ξ 方向的刚度变化率, $\Delta K = (S_{\xi} -$

$S_0)/S_0$, 也称为裂纹参数, S_0 为无裂纹转子的刚度, S_{ξ} 为有裂纹转子的刚度。 β 为质量偏心的相对相角, 也叫裂纹角, 如图 3 所示。

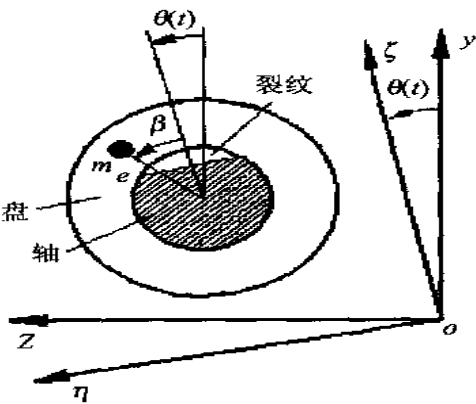


图 3 裂纹转子的坐标分析示意图

Fig 3 The sketch map of coordinate analysis on crack rotor

$\bar{e}$ 为不平衡参数或转子相对偏心率, $\bar{e} = \epsilon/X_{static}$; $X_{static} = mg/S_0$ 为无裂纹转子静扰度; ϵ 为转子质量偏心距; D 为弯曲振动阻尼系数。 U 为转速比, $U = \omega/\omega_c$, $\omega_c = \sqrt{S_0/m}$ 为无裂纹转子刚支临界转速。

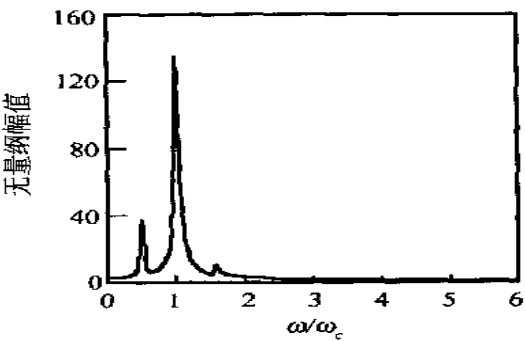


图 4 非线性裂纹转子的频谱

Fig 4 Spectrum of nonlinear crack rotor

一般情况下, 裂纹转子未进入混沌以前, 其频谱图上出现 1/2 倍频和 3/2 倍频的分数倍频谱峰。 如图 4 所示(计算参数为 $D = 0.01$, $\bar{e} = 0.1$, $\Delta K = 0.3$, $U = 0.6$)。 以往的研究表明, 在式(9)中, 当 $\Delta K > 0.338$ 时, 非线性转子系统出现涡动现象, 开始进入分叉。 取 $D = 0.01$, $\bar{e} = 0.1$, $\Delta K = 0.35$, $U = 0.6$, 做出其时域波形及轴心轨迹如图 5(a)所示。 从图中可以看出, 由于裂纹增大(裂纹参数增大), 时序波形出现非谐波振荡现象, 而轴心轴迹图(图 5(b))已没有明显的规律性。 此时做出的频谱图如图 5(c)所示。 在这个图上的 1/2 倍频

和 3/2 倍频处出现两个频率成分,即出现非整数倍周期分叉。

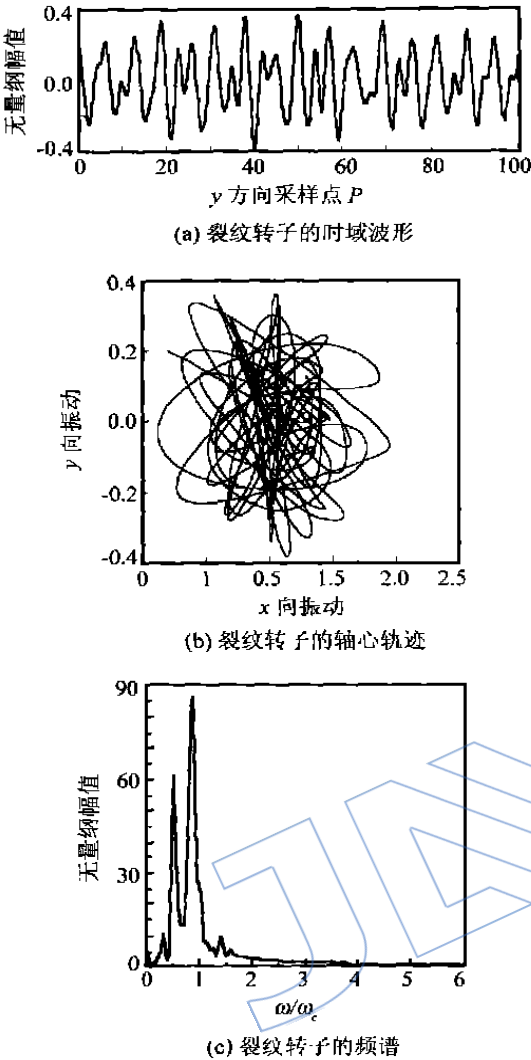


图 5 进入分叉后裂纹转子的非线性振动特性
Fig 5 nonlinear vibration character of crack rotor after bifurcation appearing

2 2 实验研究

为便于与理论分析结果比较,设计了一个转子试验台,对单盘裂纹转子进行振动测试与分析。被测轴直径为 25 mm。在轴正中间固定质量为 1 kg 的圆盘,然后进行动平衡,使无裂纹轴处于质量无偏心状态。用宝石锯锯出宽度为 0.1 mm 的横向微裂纹, ξ 方向的裂纹深度(最深处)为 1 mm。首先利用激振器对裂纹转子沿 ξ 方向激励,慢扫频找出轴的固有频率。然后利用调速电机驱动转子转动,当转速为 2580 r/min 时(43 Hz),出现与固有频率接近的临界转速。测试并分析得到水平和垂直两个方向上的时域波形和频谱图,其中垂直方向的时域波形如图 6(a)所示。对时域波

形滤波后进行频谱分析,得到频谱图如图 6(b)。

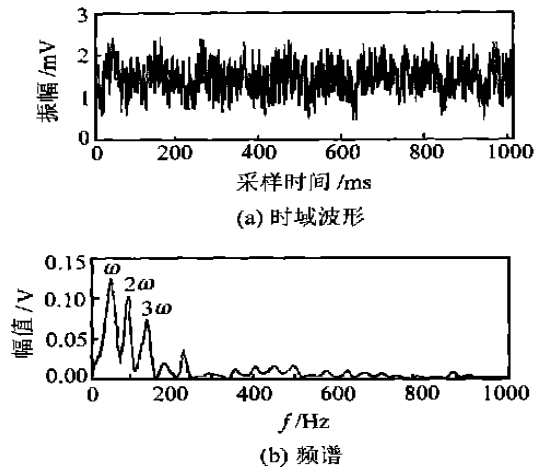


图 6 裂纹转子在 y 方向试验测试结果
Fig 6 Examination result of cack rotor on y direction

从图 6(a)可以看出,时域振动波形含有大量噪声成分,不能看出裂纹转子的时域特征。但在频域中明显看出裂纹的横向振动频率 ω , 轴向转动的各个倍频成分也明确显示出来。

从图 6(b)中不能分析出裂纹转子的典型特征(1/2 倍频和 3/2 倍频的分数倍频谱峰),更看不出转子是否进入分叉状态,这难以诊断实际转子的裂纹故障。考虑谐波小波分析方法在频域中对微弱瞬态信号强大的识别能力,在上述试验条件不变的情况下,对垂直方向采样得到的裂纹转子振动信号用谐波小波进行分析。若取 $j=3, s=0$, 则分析频段为 0~128 Hz, 分析结果如图 7(a)所示。从图 7(a)可以明显看出 1/2 倍频和 3/2 倍频的谱峰。由此分析结果可以看出,谐波小波分析的结果使低频的局部分析得到细化,可以分析得到转子的裂纹故障特征。但是,对多次试验结果进行谐波小波分析,均得不到进入分叉后的非整数倍周期特征频谱。

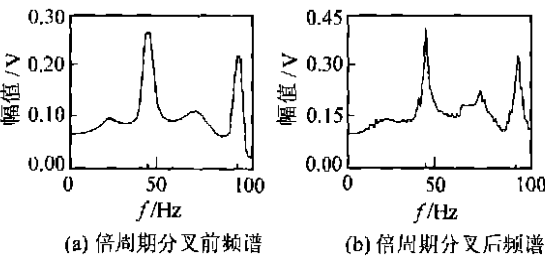


图 7 裂纹转子试验振动信号的谐波小波分析
Fig 7 Hamonic wavelet analysis of vibration signal about exam ination of crack rotor

考虑到实际裂纹转子的刚度、边界及约束条件等与理论分析的差异,对实验状态进行不同的改变:

(1) 在转子的圆盘上的裂纹相反方向(见图 3)增加偏心质量,分别为 10 g, 20 g, 50 g, 80 g 和 100 g。

(2) 减小两端支撑轴承的支承刚度,并使其有一定晃动的状态。

试验结果的谐波小波分析表明,仅改变偏心质量不能使裂纹转子的分析出现倍周期分叉,单独第(2)种情况也不能使裂纹转子的分析出现倍周期分叉。当偏心质量增加到 50 g,并在第(2)种情况下,出现类似的倍周期分叉频谱特征,如图 7(b)所示(垂直方向采集的振动信号)。当然,由于支承刚度变化不能得到定量数据,该结果只是得到了一种现象。但是,这个现象可以说明实际转子在裂纹状态下工作时,有可能进入倍周期分叉,从而出现混沌状态。这表明,微小裂纹虽然不会使转子轴断裂,但可以导致其工作不稳定,以致转子失效。

当提高转子的转速,经谐波小波的频段分析后,分数倍周期现象和分叉现象在频谱图上仍然存在。当转速降低时,分叉现象逐渐消失,但倍频特征仍然很明显。这说明,在低转速时,裂纹的影响在谐波小波分析中不能反映出来。

3 裂纹转子非线性分形特征分析

3.1 分形的理论概念

机械振动信号的分形分析用尺度法比较直观。如果用长度为 r 的线段来度量曲线,并把测得的线段总数记作 $N(r)$,则不改变基准长度 r 时, $N(r)$ 也要变化。一般地,如果某曲线具有如下相似关系:

$$N(r) \propto r^{-D_s} \tag{11}$$

则可称 D_s 为这一曲线的维数。与 Hausdorff 维数一致,用下式计算曲线的维数^[10]:

$$D_s = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\ln N(r)}{\ln (1/r)} \tag{12}$$

对式(12)进行扩展,使其能计算一般意义下的分形维数。由此定义分形维数为微分形式:

$$D_s(r) = - \frac{d \ln N(r)}{d \ln r} \tag{13}$$

则 $D_s(r)$ 便是定义在点上的斜率,式(13)称为广义分形维数。

如果把所研究的对象分为 M 个小区域,设第

i 个小区域线度大小为 r_i ,分形体生长界面在该小区域的生长概率为 $N(r_i)$,不同小区域生长概率不同,可在式(11)中用不同标度指数来表征。由此定义一个局部分形维数为:

$$D_s(r_i) = - \frac{d \ln N(r_i)}{d \ln r_i} \tag{14}$$

式(14)表明, $D_s(r_i)$ 是表征分形体某小区域的分形维数。其值的大小反映了分形体在该小区域生长概率的大小。由于小区域数目很大,所以可以得到一个由不同小区域中的 r_i 组成的无穷序列构成的谱并用 $f[D_s(r_i)]$ 表示。 $f[D_s(r_i)]$ 和 r_i 是描述多重分形的一套参数,称为奇异谱。

3.2 转子理论与实验结果的分形分析

对式(9)的理论分析在进入分叉前和进入分叉后的时域数据进行分形处理,其垂直方向上的分维表示如图 8(a)和(b)所示,计算的分维数分别为 $D_s = 1.253$ 和 $D_s = 1.785$ 。实验转子信号的采样数据信号带有明显噪声,分形分析结果如图 8(c),可见是明显的二重分形。其计算分维数有两个: $D_{s1} = 1.852, D_{s2} = 1.387$ 。对该采样信号,由谐

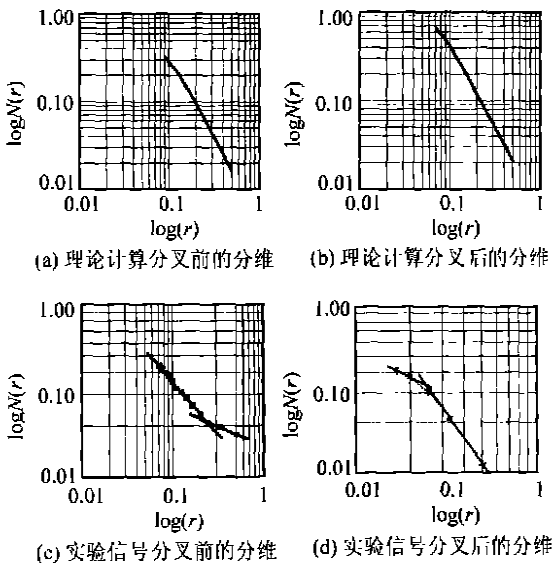


图 8 裂纹转子的分形维数表示

(a)和(b)两图的计算参数为:

$$D = 0.01, \bar{e} = 0.1, \Delta K = 0.3, U = 0.6$$

Fig 8 Fractal plot of crack rotor

The computed parameter in fig (a) and (b) is

$$D = 0.01, \bar{e} = 0.1, \Delta K = 0.3, U = 0.6$$

波小波进行 0~128 Hz 的频段分析。结果是在出现倍周期现象前、后(即分别对应于图 7(a)和图 7(b)的转子运转状态)的分形分析结果基本一致,也是二重分形如图 8(d)所示。但是,谐波小波分

析后的分形维数与原始信号不同, 分别为 $D_{s1}=1.187, D_{s2}=1.503$ 。

对如上裂纹转子的振动信号分形分析表明:

(1) 理论分析中, 裂纹转子在进入混沌前后, 其振动信号的分形特性没有明显变化, 只是转子进入分叉后计算分维数变大。

(2) 实验裂纹转子的振动信号具有两个分维数, 表明其更加复杂。

(3) 实验数据分析中, 裂纹转子在进入混沌前后, 其振动信号的分形特性也没有明显变化。

由此可以说明:

(1) 实际裂纹转子的振动信号具有两个分维数, 是多重分形, 比理论结果的分形要复杂。

(2) 多重分形是实际裂纹转子振动信号的一个特征。

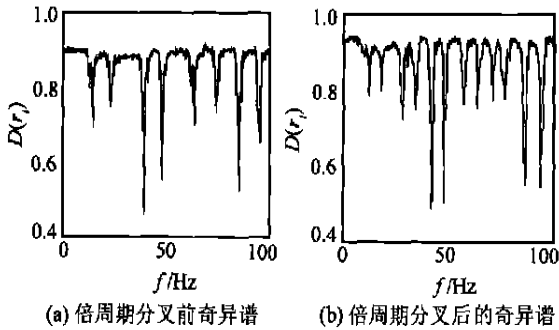


图 9 实际裂纹转子特征频段的奇异谱

Fig 9 Singular spectrum of real rotor on typical frequency segment

上述计算的分形维数都是对时域信号进行的。对应图 7 的两种情况的特征频段数据序列, 利用式(3)再进行谐波小波变换, 求得 W_f , 取不同点之间 W_f 的差值作为 r_i , 并计算局部分形维数 $D_s(r_i)$, 得到由 $D_s(r_i)$ 组成的数据列 $f[D_s(r_i)]$, 由此得出两个奇异谱如图 9(a) 和 (b) 所示。该奇异谱明确显示出非整数倍周期分叉特征。据此可以清楚地判别实际的转子在运转过程中是否出现微裂纹。

4 结 论

本文通过对谐波小波与分形特性的研究, 并应用于裂纹转子非线性振动特征的分析, 得到如下结论:

(1) 谐波小波对微弱信号具有强大的识别能力和局部频域提取能力。

(2) 谐波小波对实际转子的分析, 使低频的局部分析结果得到细化, 可以得到裂纹转子分数倍周期和分叉的故障特征。这说明转子在裂纹状态下工作时, 转子有可能进入倍周期分叉。

(3) 微小裂纹虽然不会使转子轴断裂, 但会引发其工作不稳定, 仍然可能导致转子失效。

(4) 实际裂纹转子的振动信号具有两个分维数, 比理论分析的分形要复杂。多重分形是实际裂纹转子振动信号的一个特征。

(5) 奇异谱可以判别实际转子在运转过程中是否出现非整数倍周期分叉特征, 从而定性地判断转子是否出现微裂纹。

奇异谱的计算只是给出了转子裂纹特征的定性描述。我们将进一步研究判定微裂纹大小和深度的理论与方法。

参考文献

- [1] 黄文虎, 武新华, 焦映厚, 等. 非线性转子动力学研究综述[J]. 振动工程学报, 2000, 13(4): 497- 509.
- [2] Sundarajan P, Noah S T. Dynamics of Forced Nonlinear Systems Using Shooting/arcLength Continuation Method Application to Rotor Systems[J]. ASME Transactions Journal of Vibration and Acoustics, 1997, 119(1): 9- 20.
- [3] 朱厚军, 郑艳平, 赵玫. 裂纹转子振动研究的现状与展望[J]. 气轮机技术, 2001, 43(5): 257- 261.
- [4] Yang B, Suh C S, Chan A K. Characterization and Detection of Crack-Induced Rotary Instability[J]. ASME Transactions Journal of Vibration and Acoustics, 2002, 124(1): 40- 48.
- [5] Prabhakar S, Sekhar A S, Mohanty A R. Detection and Monitoring of Cracks in a Rotor-Bearing System Using Wavelet Transforms[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2001, 15: 447- 450.
- [6] Zou J, Chen J, Pu Y P. On the Wavelet Time-Frequency Analysis Algorithm in Identification of a Cracked Rotor[J]. Journal of Strain Analysis for Engineering Design, 2002, 37: 239- 246.
- [7] 李舜韶, 吕国志, 许庆余. 转子轴心轨迹的谐波小波提纯[J]. 西北工业大学学报, 2001, 19(2): 220- 224.
- [8] Newland D E. Harmonic Wavelet Analysis[J]. Proc. R. Soc. Lond. A, 1993, 443: 203- 225.
- [9] 廖明夫. 裂纹转子动力学特性及其监测技术研究[D]. 西安: 西北工业大学, 1996.
- [10] 张济忠. 分形[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.